



ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

information
systems 

Business Intelligence

– SEMINAR WINTERSEMESTER 2013/2014 –

Vektorautoregressive Modelle und Vektor-Fehlerkorrekturmodelle

– SEMINAR PAPER –

Eingereicht von:

Sebastian Felix Heitzmann

Mtr.Nr.:

Prüfer:

Prof. Dr. Dirk Neumann

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Vektorautoregressive Modelle und Vektor-Fehlerkorrekturmodelle	1
2.1	Stationarität	1
2.2	Integrationsordnung und Kointegration	2
2.3	Vektorautoregressive Modelle	2
2.4	Vektor-Fehlerkorrekturmodelle	4
3	Ökonometrische Analyse	5
4	Fazit	12
A	Literaturverzeichnis	i
B	Abbildungsverzeichnis	i
C	Tabellenverzeichnis	ii

1 Einleitung

Die Organisation Erdöl exportierender Staaten (OPEC) schätzt in ihrem *World Oil Outlook* (2013) einen Anstieg der Energienachfrage von 52 % bis 2035. Des Weiteren prognostiziert sie bis in das Jahr 2035 einen Anstieg der Ölnachfrage um 20 Millionen Barrel pro Tag. Dies zeigt, dass Öl in der Wirtschaft eine wesentliche Rolle spielt.

Bereits 1983 untersuchte Hamilton den Zusammenhang zwischen dem Ölpreis und der Produktion der USA. Er konnte zeigen, dass über den Zeitraum von 1984 bis 1972 keine dritte der sechs von Sims (1980) in dessen makroökonomischen System vorgeschlagenen Variablen Geld, reales Bruttosozialprodukt, Arbeitslosigkeit, Löhne, Preisniveau und Importpreis den Ölpreis oder die Produktion beeinflussten. Des Weiteren konnte er die Nullhypothese, dass es keine Beziehung zwischen dem Ölpreis und der Produktion gibt, für diesen Zeitraum verwerfen. Sadorsky (1999) fand heraus, dass eine Änderung der Ölpreise die ökonomische Aktivität beeinflusst, eine Änderung der ökonomischen Aktivität jedoch nur geringen Einfluss auf die Ölpreise hat. Er benutzte hierfür Daten auf monatlicher Basis. Huang, Masulis und Stoll (1996) widerlegten mithilfe eines vektorautoregressiven Ansatzes jedoch den Zusammenhang zwischen der Rendite von Öl-Futures und Aktien auf täglicher Basis. Auch im Folgenden wird die Beziehung zwischen dem Ölpreis und makroökonomischen Fundamentaldaten sowie Nachrichten untersucht. Die Nachrichten werden hierbei durch Sentimentdaten erfasst, welche nach dem von Loughran und McDonald (2011) vorgestellten Verfahren berechnet wurden und auf Meldungen der Nachrichtenagentur Reuters beruhen.

Im weiteren Verlauf werden in Kapitel 2 die Konzepte der Stationarität, der Ordnung der Integration und der Kointegration beschrieben. Darauf aufbauend wird in die Thematik eines vektorautoregressiven Modells und eines Vektor-Fehlerkorrekturmodells eingeführt. Dabei wird auf deren Gemeinsamkeiten und Unterschiede eingegangen. Ausgehend von dem vektorautoregressiven Modell wird zudem das Konzept der Granger-Kausalität vorgestellt und der Grundgedanke eines Response-Plot veranschaulicht. In Kapitel 3 werden die in Kapitel 2 vorgestellten statistischen Methoden angewandt und auf Basis der makroökonomischen Daten sowie der Sentimentwerte ein vektorautoregressives Modell geschätzt und die hierzu benötigten Tests erläutert. Kapitel 4 beinhaltet das Fazit sowie einen Ausblick.

2 Vektorautoregressive Modelle und Vektor-Fehlerkorrekturmodelle

In diesem Kapitel werden die ökonometrischen Hintergründe vektorautoregressiver Modelle sowie eines Vektor-Fehlerkorrekturmodells erläutert. Zunächst wird auf Stationarität von Zeitreihen eingegangen. Daraufhin wird über die Integrationsordnung in das Konzept der Kointegration eingeführt. Abschließend werden vektorautoregressive Modelle und Vektorfehlerkorrekturmodelle einander gegenübergestellt.

2.1 Stationarität

Um ein auf Zeitreihen basierendes Modell schätzen zu können, ist es wichtig, jene auf ihre Stationarität zu testen. Hierzu eignet sich der von Schröder (2002, S. 268) beschriebene erweiterte Dickey-Fuller-Test. Dieser testet die Nullhypothese eines in den Differenzen stationären

AR($p-1$)-Prozesses gegen die Hypothese eines trendstationären AR(p)-Prozesses, d.h. $H_0 : \gamma^* = 0$ gegen $H_1 : \gamma^* < 0$ unter

$$y_t - y_{t-1} = \Delta y_t = \mu + \beta t + \gamma^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \phi \Delta y_{t-i} + u_t \quad \text{mit} \quad \gamma^* = \gamma - 1. \quad (1)$$

Hierbei muss beachtet werden, dass als kritische Werte nicht auf die t -Verteilung zurückgegriffen werden kann. Jedoch können hierfür beispielsweise die von Fuller berechneten Werte verwendet werden (vgl. Pfaff 2008, S. 61).

Das Konzept der Stationarität lässt sich in schwache Stationarität und strenge Stationarität untergliedern (vgl. Schröder 2002, S. 15). Ist eine Zeitreihe y_t schwach stationär, so gilt

$$E(y_t) = \mu \quad \forall t, \quad (2)$$

$$\text{Var}(y_t) = \sigma \quad \forall t, \quad (3)$$

$$E((y_t - \mu)(y_{t-\tau} - \mu)) = E((y_s - \mu)(y_{s-\tau} - \mu)) \quad \forall t \neq s. \quad (4)$$

Somit sind ihr Mittelwert und ihre Varianz konstant. Dies wird durch Gleichung 2 und Gleichung 3 beschrieben und als mittelwertstationär und varianzstationär bezeichnet. Des Weiteren darf, wie in Gleichung 4 beschrieben, die Kovarianz zwischen zwei Zeitpunkten nur von deren Abstand τ , nicht aber von den Zeitpunkten selbst abhängen (vgl. Schröder 2002, S. 139). Als streng stationär bezeichnet man eine Zeitreihe, wenn sich die gemeinsame Verteilung der Zufallsvariablen $y(t) = y(1), y(2), \dots, y(T)$ im Zeitverlauf nicht ändert (vgl. Schröder 2002, S. 15).

2.2 Integrationsordnung und Kointegration

Ist eine Zeitreihe zunächst nicht, jedoch nach der Bildung ihrer ersten Differenzen stationär, so bezeichnet man diese als integriert erster Ordnung I(1). Somit ist eine Zeitreihe I(d), wenn man d mal die ersten Differenzen bilden muss, damit sie stationär ist (vgl. Schröder 2002, S. 19).¹

Sind zwei Zeitreihen integriert gleicher, von null verschiedener Ordnung, besteht die Möglichkeit, dass diese einem gemeinsamen Trend folgen. So besteht beispielsweise die Möglichkeit, dass von zwei I(1)-Zeitreihen eine Linearkombination existiert, welche stationär ist. Allgemein bedeutet dies für einen K -dimensionalen Prozess Y_t , dass es eine Linearkombination geben kann, die I($d-b$) ist. In diesem Fall spricht man davon, dass die Zeitreihen kointegriert der Ordnung (d, b) sind. Dies bezeichnet man als C(d, b). Ist eine Linearkombination der obigen I(1)-Zeitreihen stationär, so sind diese kointegriert der Ordnung (1,1) (vgl. Lütkepohl 2007, S. 245).

2.3 Vektorautoregressive Modelle

Existiert keine Kointegration zwischen den Zeitreihen und sind diese stationär, so lässt sich ein vektorautoregressives Modell schätzen.² Im Gegensatz zu einem univariaten AR-Prozess, bei welchem die Entwicklung einer Zeitreihe durch ihren Vergangenheitswert beschrieben wird,

¹ Eine bereits stationäre Zeitreihe ist somit I(0).

² Ist lediglich keine Kointegration vorhanden, so ist es möglich, das vektorautoregressive Modell in dessen (stationären) Differenzen zu schätzen.

handelt es sich bei einem vektorautoregressiven Modell um ein multivariates Modell. Bei diesem werden die Entwicklung zweier oder mehrerer Zeitreihen jeweils durch deren eigene sowie durch die Vergangenheitswerte der anderen Zeitreihen geschätzt. Ein einfaches vektorautoregressives Modell mit den zu erklärenden Variablen $y_{1,t}$ und $y_{2,t}$ und jeweils einem gelagten Wert lässt sich somit durch

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= a_{11}y_{1,t-1} + a_{12}y_{2,t-1} + u_{1,t} \\ y_{2,t} &= a_{21}y_{1,t-1} + a_{22}y_{2,t-1} + u_{2,t} \end{aligned} \quad (\text{M1})$$

beschreiben. Dieses Modell wird als VAR(1) bezeichnet, da als erklärende Variablen jeweils nur die einfach gelagten Vergangenheitswerte $y_{1,t-1}$ und $y_{2,t-1}$ verwendet werden (vgl. Schröder 2002, S. 218). Handelt es sich bei den erklärenden Variablen nicht nur um einfach, sondern um p -fach gelagte Werte, so spricht man von einem VAR(p)-Modell. Dieses lässt sich als

$$Y_t = V + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + U_t, \quad \text{für } t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (\text{M2})$$

darstellen, wobei $Y_t = (y_{1t}, \dots, y_{Kt})^T$ ein K -dimensionaler Zufallsvektor ist. Hierbei bezeichnet A_i die fixierte $(K \times K)$ Koeffizientenmatrix, $U_t = (u_{1t}, \dots, u_{Kt})^T$ einen K -dimensionalen White-Noise-Prozess und $V = (v_1, \dots, v_K)^T$ einen fixierten K -dimensionalen Vektor. Letzterer erweitert das in Gleichung M1 beschriebene Modell um eine Konstante, welche die Möglichkeit eines Erwartungswertes $E(y_t)$ ungleich null erschließt. Da die Fehlerterme einen White-Noise-Prozess darstellen, gilt dass

$$E(u_t) = 0, \quad (5)$$

$$E(u_t u_t^T) = \Sigma_u, \quad (6)$$

$$E(u_t u_s^T) = 0 \quad \text{für } s \neq t. \quad (7)$$

Jedoch ist es möglich, dieses vektorautoregressive Modell in das Modell

$$Y_t = V + A Y_{t-1} + U_t \quad (\text{M3})$$

umzuschreiben, wobei

$$Y_t := \begin{bmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-p+1} \end{bmatrix}, \quad V := \begin{bmatrix} v \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A := \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_{p-1} & A_p \\ I_K & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I_K & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_K & 0 \end{bmatrix}, \quad U_t := \begin{bmatrix} u_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

und Y_t , V und U_t jeweils Kp -dimensionale Vektoren, sowie A eine $(Kp \times Kp)$ -Matrix sind. Hierbei bezeichnet I_K die K -dimensionale Identitätsmatrix (vgl. Lütkepohl 2007, S. 13 ff.). Sind die Eigenwerte von A im Betrag kleiner eins, so ist das vektorautoregressive-Modell stabil (vgl. Pfaff 2008, S. 24).

Wie von Schröder (2002, S. 220 f.) beschrieben, lassen sich mit vektorautoregressiven Modellen Aussagen über den dynamischen Zusammenhang der Variablen treffen. Dies berücksichtigt das

Konzept der Granger-Kausalität. Ihr Grundgedanke beruht darauf, dass eine Ursache nicht nach deren Wirkung kommen kann (vgl. Lütkepohl 2007, S. 41). In dem oben beschriebenen Modell M1 ist die Zeitreihe y_2 dann Granger-kausal, wenn a_{12} signifikant von null verschieden ist und der verzögerte Wert $y_{2,t-1}$ somit einen Beitrag zur Erklärung von y_1 leistet. Enthält ein vektorautoregressives Modell mehr als zwei Reihen, so müssen auch indirekte Wirkungen berücksichtigt werden (vgl. Schröder 2002, S. 220). Es ist zu beachten, dass der Begriff *Granger-Kausalität* eine Ursache-Wirkungs-Beziehung suggeriert. Eine solche Beziehung kann bestehen, sie muss es aber nicht. Granger-Kausalität beschreibt lediglich, dass es eine Korrelation ungleich null zwischen zwei Reihen von Variablen gibt und sagt somit nichts über die wirkliche Ursache-Wirkungs-Beziehung aus. Diese wäre nur sicher vorhanden, falls jegliche sonst existierenden Informationen für den im vektorautoregressiven Modell abgebildeten Zusammenhang irrelevant wären. Daher muss eine Granger-kausale Beziehung stets durch ökonomische Theorie gestützt werden, um als Ursache-Wirkungs-Mechanismus gelten zu können (vgl. Lütkepohl 2007, S. 48 f.). Um ein vektorautoregressives-Modell mit Zeitreihen unterschiedlicher Integrationsordnung auf Granger-Kausalität zu testen, kann die von Toda und Yamamoto (1995) veröffentlichte Prozedur verwendet werden, welche auf dem Wald-Test beruht. Auf diese wird im nächsten Kapitel näher eingegangen.

Um den dynamischen Einfluss einer Variablen auf eine andere zu verdeutlichen, wird oft ein Response-Plot verwendet. Dieses vergleicht den Verlauf der Zeitreihen nach einem hypothetischen Schock mit dem der gleichen Zeitreihe ohne Schock. Der zeitliche Verlauf der hieraus resultierenden Differenz wird in dem Response-Plot abgetragen. Dies lässt sich gut an dem oben beschriebenen Modell M1 erläutern. Zunächst wird für den Zeitpunkt $t = 1$ ein Schock in Höhe von $u_{1,1}$ angenommen. In $t = 1$ hat dieser eine unmittelbare Auswirkung auf y_1 , jedoch noch keine Auswirkung auf y_2 . Der Effekt auf y_2 tritt über $y_{1,t-1}$ erst in der zweiten Periode auf. Seine Höhe beträgt somit $a_{2,1} \cdot u_{1,1}$. Der Effekt auf y_1 in der zweiten Periode beträgt $a_{1,1} \cdot u_{1,1}$. In der dritten Periode wird y_1 durch dessen eigene Vergangenheit sowie den vorangegangenen Wert der Zeitreihe y_2 beeinflusst. Daher beträgt die Höhe des Effektes des Schocks aus Periode 1 nun $a_{1,1}(a_{1,1}u_{1,1}) + a_{1,2}(a_{2,1}u_{1,1})$ für y_1 und $a_{2,1}(a_{1,1}u_{1,1}) + a_{2,2}(a_{2,1}u_{1,1})$ für y_2 . Dies lässt sich beliebig lang fortsetzen und lässt sich grafisch als Response-Plot veranschaulichen (vgl. Schröder 2002, S. 238).

2.4 Vektor-Fehlerkorrekturmodelle

Für den Fall, dass mindestens zwei Variablen kointegriert sind, ist ein Vektor-Fehlerkorrekturmodell zu schätzen. Im Grunde genommen entspricht dies einem vektorautoregressiven Modell in den Differenzen, welches um einen Fehlerkorrektur-Term erweitert wurde. In Anlehnung an Lütkepohl (2007, S. 246) lässt sich ein einfaches Vektor-Fehlerkorrekturmodell als

$$\begin{aligned}\Delta y_{1,t} &= \alpha_1(y_{1,t-1} - \beta_1 y_{2,t-1}) + a_{11}\Delta y_{1,t-1} + a_{12}\Delta y_{2,t-1} + u_{1,t} \\ \Delta y_{2,t} &= \alpha_2(y_{1,t-1} - \beta_1 y_{2,t-1}) + a_{21}\Delta y_{1,t-1} + a_{22}\Delta y_{2,t-1} + u_{2,t}\end{aligned}\tag{M4}$$

darstellen. Vergleicht man dies mit dem vektorautoregressiven Modell M1, so sieht man, dass ein Vektor-Fehlerkorrekturmodell – abgesehen von dessen Fehlerkorrekturterm – einem vektorautoregressiven Modell in den Differenzen entspricht. Bezeichnet man die kointegrierende

Linearkombination $(y_{1,t-1} - \beta_1 y_{2,t-1})$ mit z_{t-1} , so lässt sich für ein positives verzögertes $z_{t+\tau}$ sagen, dass der Wert von y_1 im Vergleich zum langfristigen Gleichgewicht zu hoch ist. Die Anpassung an dieses kann somit durch eine Korrektur von y_1 oder durch eine Veränderung von y_2 erfolgen. Findet eine Korrektur über y_1 statt, so muss α_1 negativ sein. Findet die Korrektur über y_2 statt, so muss α_2 in diesem Fall positiv sein. Dabei lässt sich sagen, dass die Anpassung an das langfristige Gleichgewicht je schneller erfolgt, desto größer der Betrag von α ist (vgl. Schröder 2002, S. 282). In Vektor- und Matrixschreibweise kann das oben beschriebene Vektor-Fehlerkorrekturmodell als

$$\Delta Y_t = \alpha \beta^T Y_{t-1} + A_1 \Delta Y_{t-1} + U_t \quad (\text{M5})$$

mit

$$Y_t := \begin{bmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \end{bmatrix}, \quad \alpha := \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad \beta^T := (1, -\beta_1), \quad A_1 := \begin{bmatrix} a_{11,1} & a_{12,1} \\ a_{21,1} & a_{22,1} \end{bmatrix} \text{ und } U_t := \begin{bmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \end{bmatrix}$$

notiert werden (vgl. Lütkepohl 2007, S. 246 f.). Allgemein lässt sich somit sagen, dass ein Vektor-Fehlerkorrekturmodell durch

$$\begin{aligned} \Delta Y_t &= \alpha \beta^T Y_{t-1} + A_1 \Delta Y_{t-1} + \dots + A_{p-1} \Delta Y_{t-p+1} + U_t \\ &= \alpha \beta^T Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} A_i \Delta Y_{t-i} + U_t \end{aligned} \quad (\text{M6})$$

ausgedrückt werden kann (vgl. Lütkepohl 2007, S. 248).

3 Ökonometrische Analyse

In diesem Kapitel werden die in Abbildung 1 dargestellte Vorgehensweise sowie deren Ergebnisse vorgestellt. Zunächst werden die Integrationsordnungen der Zeitreihen bestimmt. Ausgehend davon werden diese auf Granger-Kausalität sowie auf Kointegration getestet. Da keine Kointegration vorliegt, die Zeitreihen jedoch nicht alle stationär sind, wird abschließend das endgültige Modell als vektorautoregressives Modell in den Differenzen geschätzt.

Bei den auf ihren Integrationsgrad getesteten Zeitreihen handelte es sich um den Ölpreis, ein Öl-Future, das BIP der Vereinigten Staaten, den Produzentenpreisindex (PPI), den Index der S&P 500 den Weizenpreis, amerikanischen Staatsanleihen und Sentimentdaten (Net-optimism).³ Bei den Daten, welche hierfür verwendet wurden, handelt es sich um Daten auf täglicher Basis, welche sich vom 1.1.2003 bis zum 30.12.2003 erstrecken. Diese wurden um Sonn- und Feiertage bereinigt. Der jeweilige Integrationsgrad der Zeitreihen ist Tabelle 1 zu entnehmen.

Um die Zeitreihen auf Granger-Kausalität zu testen, wurde die von Toda et al. (1995) vorgeschlagene Prozedur verwendet, da die Zeitreihen zum Teil integriert erster und zum Teil integriert nullter Ordnung sind.⁴ Hierfür wurde ein vektorautoregressives Modell in den Levels unabhängig vom Integrationsgrad der Zeitreihen erstellt.

3 Die Zeitreihen wurden von der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg zur Verfügung gestellt.

4 Eine Anleitung dieser Prozedur ist bei Giles (2011) zu finden.

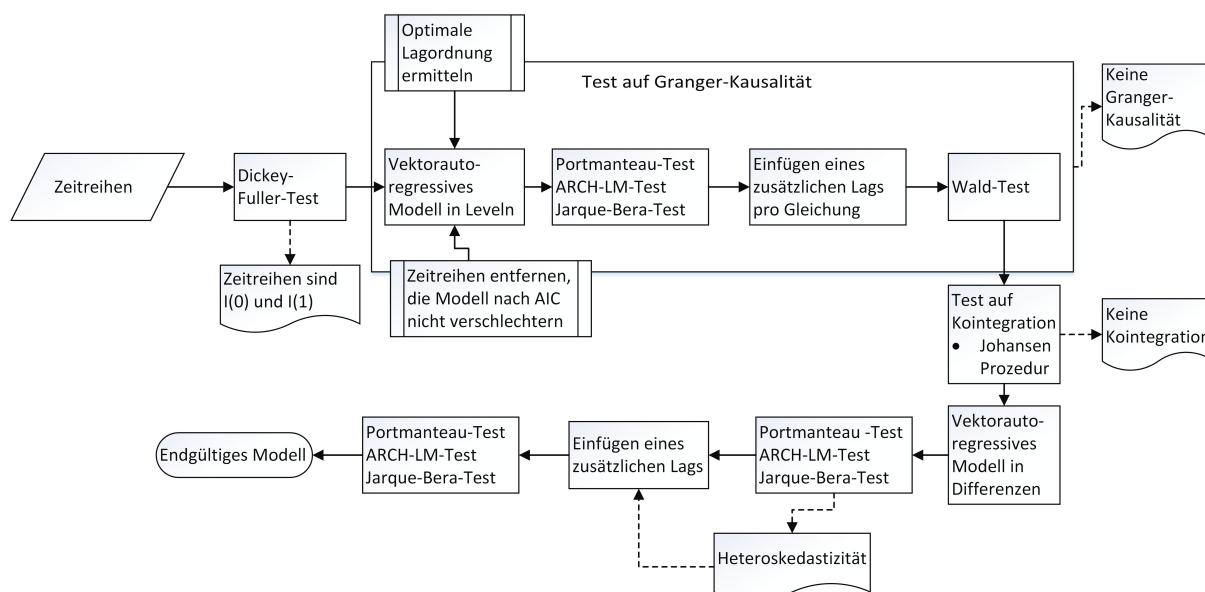


Abbildung 1: Darstellung der Vorgehensweise in Kapitel 3.

Zeitreihe	Integrationsgrad
Ölpreis	I(1)
Öl-Future	I(0)
BIP	I(1)
PPI	I(1)
S&P500	I(0)
Weizenpreis	I(0)
Staatsanleihen	I(1)
Net-optimism	I(0)

Tabelle 1: Integrationsordnung der Zeitreihen.

Ein wichtiger Aspekt, welchen es bei der Erstellung eines vektorautoregressiven Modells zu beachten gilt, ist die Wahl der geeigneten Lagordnung. Hierfür lässt sich das AIC verwenden. Wie von Pfaff (2008, S. 25) beschrieben, lässt sich dieses für ein vektorautoregressives Modell als

$$AIC(p) = \ln \left| \tilde{\sum}_u(p) \right| + \frac{2pK^2}{T} \quad (8)$$

berechnen. Hierbei bezeichnen T die Größe der Stichprobe und K die Dimension der Zeitreihen. Die Lagordnung p des vektorautoregressiven Modells sollte so gewählt werden, dass diese das geschätzte AIC minimiert (vgl. Lütkepohl 2007, S. 147). Es ist jedoch auch möglich, die zu verwendende Anzahl an Lags mithilfe weiterer Informationskriterien zu ermitteln. Hier sind vor allem das Hannan-Quinn-Kriterium (HQ) und das Schwarz-Kriterium (SC) zu nennen. Beide sind – im Gegensatz zum AIC – konsistent⁵. Dies bedeutet, dass

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \Pr\{\hat{p} = p\} = 1 \quad (9)$$

5 HQ ist stark konsistent für den Fall, dass $K > 1$. SC ist stark konsistent für jegliche Dimension von K (vgl. Lütkepohl 2007, S. 150).

und somit, dass der geschätzte Wert \hat{p} für eine gegen unendlich strebende Stichprobengröße gegen p strebt (vgl. Lütkepohl 2007, S. 148). Gilt $\Pr\{\lim \hat{p} = p\} = 1$ für den Schätzer \hat{p} , so spricht man von starker Konsistenz (vgl. Lütkepohl 2007, S. 149). Das HQ ist als

$$HQ(p) = \ln \left| \sum_u(p) \right| + \frac{2 \ln T}{T} p K^2 \quad (10)$$

definiert, wohingegen sich das SC als

$$SC(p) = \ln \left| \sum_u(p) \right| + \frac{\ln T}{T} p K^2 \quad (11)$$

berechnen lässt. Auch bei diesen Kriterien wird die Lagordnung so gewählt, dass das HQ bzw. SC minimiert wird. Trotz fehlender Konsistenz des AIC lässt sich jedoch nicht sagen, dass das HQ bzw. SC jenem immer vorzuziehen sei, da es durchaus möglich ist, dass ein auf dem AIC basierende Modell sowohl bei kleiner als auch bei großer Stichprobengröße genauere Vorhersagen ermöglicht (vgl. Lütkepohl 2007, S. 150 f.). Wie von Lütkepohl (2007, S. 151) dargestellt, gelten die Zusammenhänge

$$\hat{p}(SC) \leq \hat{p}(AIC) \text{ für } T \geq 8, \quad (12)$$

$$\hat{p}(SC) \leq \hat{p}(HQ) \text{ für alle } T, \quad (13)$$

$$\hat{p}(HQ) \leq \hat{p}(AIC) \text{ für } T \geq 16. \quad (14)$$

Die Auswahl der Anzahl an Lags mithilfe der Informationskriterien hat allerdings zwei Nachteile. So müssen die Variablen aller Gleichungen die selbe Lagordnung aufweisen und alle Lags bis zu der das Informationskriterium minimierenden Lagordnung aufgenommen werden. Dadurch steigt die Gefahr einerseits eine zu geringe maximale Lagordnung in das Modell aufzunehmen, während andererseits das Modell überparametrisiert wird. Eine Möglichkeit dieses Problem zu umgehen, ist ein vektorautoregressives Modell mit „Löchern“ in der Lagordnung zu schätzen, sodass einige Lags nicht in das Modell aufgenommen werden. Dabei ist allerdings zu beachten, dass die Schätzung der Koeffizienten nicht mehr mit einer Kleinste-Quadrate-Schätzung vorgenommen werden kann, sollten nicht alle Reihen des vektorautoregressiven Modells die selben Lags aufweisen (vgl. Schröder 2002, S. 232). Des Weiteren ist zu beachten, dass bei der Auswahl der Laglänge immer ein Trade-off vorliegt. Dieser besteht daraus, dass viele in das Modell aufgenommene Parameter die Anzahl der verfügbaren Freiheitsgrade reduzieren, wodurch die Gefahr insignifikanter und ineffektiver Schätzer resultiert. Andererseits kann ein Modell mit zu wenigen Lags zu Scheinsignifikanzen führen, da hierdurch die dynamischen Eigenschaften der wahren Zusammenhänge verloren gehen (vgl. Schröder 2002, S. 229).

Bei einer maximalen Lagordnung von 12 Lags sprechen alle drei oben vorgestellten Informationskriterien für eine Lagordnung von einem Lag. Daher wurde das vektorautoregressive Modell

$$Y_t = V_t + AY_{t-1} + U_t \quad (M7)$$

mit

$$Y_t := \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_8 \end{bmatrix}, \quad V := \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_8 \end{bmatrix}, \quad A := \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{28} \\ \vdots & \dots & \ddots & \dots \\ a_{81} & a_{82} & \dots & a_{88} \end{bmatrix}, \quad U_t := \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_8 \end{bmatrix}$$

geschätzt. Anschließend wurden die Variablen, deren Fehlen das vektorautoregressive Modell nach Gesichtspunkten des AIC nicht „verschlechterten“, aus dem Modell entfernt. Dies führt zu Modell M7 mit

$$Y_t := \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}, \quad V := \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix}, \quad A := \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}, \quad U_t := \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

mit den Zeitreihen des Preises y_1 , des BIP y_2 , der Sentimentdaten y_3 und des Produzentenpreisindex y_4 .

Um zu testen, ob dieses Modell richtig spezifiziert wurde, wurde im Folgenden der Portmanteau-Test verwendet um auszuschließen, dass die Residuen bis zum h -ten Lag autokorreliert sind. Wie Lütkepohl (2007, S. 169) zeigt, testet dieser die Nullhypothese $H_0 : \mathbf{R}_h = (R_1, \dots, R_h) = 0$ gegen $H_1 : \mathbf{R}_h \neq 0$ unter der Teststatistik

$$Q_h := T \sum_{i=1}^h \text{tr}(\hat{R}_i^T \hat{R}_u^{-1} \hat{R}_i \hat{R}_u^{-1}). \quad (15)$$

Dabei bezeichnet R_i für $i = 0, \dots, h$ die geschätzten Autokorrelationsmatrizen (vgl. Lütkepohl 2007, S. 158 f.).

Um das vektorautoregressive Modell auf Heteroskedastie zu testen, wurde der multivariate ARCH-LM Test genutzt. Diesem liegt die Regression

$$\text{vech}(\hat{\mathbf{u}}_t \hat{\mathbf{u}}_t^T) = \beta_0 + B_1 \text{vech}(\hat{\mathbf{u}}_{t-1} \hat{\mathbf{u}}_{t-1}^T) + \dots + B_q \text{vech}(\hat{\mathbf{u}}_{t-q} \hat{\mathbf{u}}_{t-q}^T) + \varepsilon_t \quad (16)$$

zugrunde. Hierbei ist β_0 von der Dimension $\frac{1}{2}K(K+1)$ und B_i bezeichnet die $\frac{1}{2}K(K+1) \times \frac{1}{2}K(K+1)$ -dimensionalen Koeffizientenmatrizen für $i = 1, \dots, q$. Die Funktion vech bezeichnet den Vektorisierungsoperator für symmetrische Matrizen. Dieser vektorisiert die Einträge auf und unterhalb der Hauptdiagonalen (vgl. Pfaff 2008, S. 30 f.). Der ARCH-LM Test testet die Nullhypothese $H_0: B_1 = B_2 = \dots = B_q = 0$ gegen $H_1: B_1 \neq 0$ oder $B_2 \neq 0$ oder ... oder $B_q \neq 0$. Sind somit alle B_j -Matrizen null, so liegt kein ARCH in den Residuen vor (vgl. Lütkepohl 2007, S. 576).

Ein geeigneter Test um zu testen, ob die Residuen normalverteilt sind, ist der Jarque-Bera-Test. Im multivariaten Fall ist dessen Teststatistik als

$$JB_{mv} = s_3^2 + s_4^2 \quad (17)$$

definiert, wobei

$$s_3^2 = T \mathbf{b}_1^T \mathbf{b}_1 / 6 \quad (18)$$

und

$$s_4^2 = T(\mathbf{b}_2 - \mathbf{3}_K)^T(\mathbf{b}_2 - \mathbf{3}_K) / 24 \quad (19)$$

sind, während \mathbf{b}_1 und \mathbf{b}_2 die Vektoren des dritten und vierten Moments der standardisierten Residuen $\hat{u}_t^s = \tilde{P}^-(\hat{u}_t - \hat{\mu}_t)$ sind. Zudem ist \tilde{P} die untere Dreiecksmatrix mit positiver Diagonale, sodass $\tilde{P}\tilde{P}^T = \tilde{\Sigma}_u$ ist (vgl. Pfaff 2008, S. 31). Die Grundidee des Tests auf Normalität in den Residuen besteht somit darin, das dritte und vierte Moment der transformierten Prozesse mit deren theoretischen Gauß-Prozess zu vergleichen (vgl. Lütkepohl 2007, S. 175). Es zeigte sich, dass weder Autokorrelation in den Residuen (p -Wert: 0,99) noch Heteroskedastie (p -Wert: 0,35) vorliegt. Die Residuen sind nicht normalverteilt, jedoch ist dies hier nicht notwendig (vgl. Lütkepohl 2011).

Wie Toda et al. (1995) vorschlagen, wurde dem vektorautoregressiven Modell nun ein Lag in jeder Gleichung hinzugefügt, da die maximale Integrationsordnung der Zeitreihen eins ist. Anschließend wurde mithilfe des Wald-Testes überprüft, ob die ersten Lags der jeweils anderen Zeitreihen einen signifikanten Einfluss auf die entsprechende Zeitreihe haben. Die Nullhypothese, dass kein Granger-kausaler Zusammenhang zwischen den jeweils anderen Variablen und der entsprechenden Zeitreihe besteht, konnte in keinem der Fälle verworfen werden (p -Werte: 0,73; 0,9; 0,37 und 0,94).

Daraufhin wurden die Zeitreihen des vektorautoregressiven Modells mithilfe der Johansen-Prozedur auf Kointegration getestet. Da keine Kointegrationsbeziehung vorliegt, ist die Beziehung der Zeitreihen als vektorautoregressives Modell und nicht als Vektor-Fehlerkorrekturmodell zu schätzen (Teststatistik: 22,83, 10% Signifikanzniveau: 28,71). Da nicht alle Zeitreihen $I(0)$ sind, wurde ein vektorautoregressives Modell in den Differenzen geschätzt. Hierbei gilt es zu beachten, dass die Gefahr einer Überdifferenzierung der $I(0)$ -Zeitreihe besteht. Hierdurch ist es möglich, dass Autokorrelation in den Residuen erzeugt wird. Dennoch ist das vektorautoregressive Modell in den Differenzen einem „gemischten“ vektorautoregressiven Modell vorzuziehen, da das Problem der potenziell autokorrelierten Residuen bei Bedarf durch das Hinzufügen weiterer Lags in das Modell beseitigt werden kann (vgl. Giles 2011).

Um die optimale Anzahl an Lags zu schätzen, wurden nun die Informationskriterien AIC, HQ und SC verwendet. Sowohl das Hannan-Quinn-Kriterium als auch das Schwarz-Kriterium schätzen die optimale Anzahl an Lags in dem vektorautoregressiven Modell mit den Differenzen des Preises Δy_1 , des BIP Δy_2 , der Sentimentdaten Δy_3 und des Produzentenpreisindex Δy_4 als eins. Dabei wurde zunächst das Modell

$$\Delta \text{Preis}_t = v_{1,t} + a_{11}\Delta \text{Preis}_{t-1} + a_{12}\Delta \text{BIP}_{t-1} + a_{13}\Delta \text{NO}_{t-1} + a_{14}\Delta \text{PPI}_{t-1} + u_{1,t} \quad (\text{M8})$$

$$\Delta \text{BIP}_t = v_{2,t} + a_{21}\Delta \text{Preis}_{t-1} + a_{22}\Delta \text{BIP}_{t-1} + a_{23}\Delta \text{NO}_{t-1} + a_{24}\Delta \text{PPI}_{t-1} + u_{2,t}$$

$$\Delta \text{NO}_t = v_{3,t} + a_{31}\Delta \text{Preis}_{t-1} + a_{32}\Delta \text{BIP}_{t-1} + a_{33}\Delta \text{NO}_{t-1} + a_{34}\Delta \text{PPI}_{t-1} + u_{3,t}$$

$$\Delta \text{PPI}_t = v_{4,t} + a_{41}\Delta \text{Preis}_{t-1} + a_{42}\Delta \text{BIP}_{t-1} + a_{43}\Delta \text{NO}_{t-1} + a_{44}\Delta \text{PPI}_{t-1} + u_{4,t}$$

geschätzt. Allerdings zeigt der multivariate ARCH Test mit einem p -Wert von 0,01, dass in diesem Modell Heteroskedastizität vorliegt. Daher wurde dieses Modell auf die nach dem AIC optimale Länge von fünf Lags erweitert. Da mit einem p -Wert von kleiner 0,01 bei dem multivariaten ARCH Test weiterhin Heteroskedastizität vorliegt, wurde dem Modell ein weiteres Lag hinzugefügt. Hieraus resultiert das Modell

$$\Delta Y_t = V + A_1 \Delta Y_{t-1} + A_2 \Delta Y_{t-2} + A_3 \Delta Y_{t-3} + A_4 \Delta Y_{t-4} + A_5 \Delta Y_{t-5} + A_6 \Delta Y_{t-6} + U_t, \quad (\text{M9})$$

bei welchem V den Vektor der Konstanten, Y_t den Vektor der Zeitreihen des Preises, des BIP, der Sentimentwerte und des PPI, A_1 bis A_5 die Vektoren der geschätzten Koeffizienten, Y_{t-1} bis Y_{t-5} die Vektoren der verzögerten Zeitreihen und U_t den Fehlerterm beschreibt. Bei diesem Modell ist der Erwartungswert der Residuen Null und der Portmanteau-Test zeigt mit einem p -Wert von 0,99 keinerlei serielle Korrelation.⁶ Des Weiteren liegt mit einem p -Wert von 0,28 beim multivariaten ARCH Test keine Heteroskedastizität vor.⁹ Die geschätzten Koeffizienten sind Tabelle 2, das OLS-CUSUM Plot Abbildung 2 zu entnehmen. Die Kernidee eines OLS-CUSUM Plots besteht darin, dass die Nullhypothese „kein struktureller Bruch“ dann verworfen wird, wenn die Fluktuation der kumulierten Residuen unwahrscheinlich groß wird (vgl. Hornik, Kleiber und Zeileis 2002). Da die Grenzen in Abbildung 2 nicht überschritten werden, liegt keinerlei Anzeichen für einen strukturellen Bruch vor. Des Weiteren wurde auf die Erstellung des in Kapitel 2 erläuterten Response-Plots verzichtet, da keine Granger-kausale Beziehung der Variablen vorhanden ist.

6 Modell M9 ist nach AIC und BIC einer Erweiterung des Modell M9 um Saisonbewegungen vorzuziehen.

	Konst.	Preis						BIP					
		$t-1$	$t-2$	$t-3$	$t-4$	$t-5$	$t-6$	$t-1$	$t-2$	$t-3$	$t-4$	$t-5$	$t-6$
$\Delta Preis$	0,01 (0,17)	0,00 (-0,07)	0,01 (0,21)	0,03 (0,59)	-0,01 (-0,23)	-0,06 (-1,00)	0,06 (1,07)	-0,13 (-0,79)	-0,03 (-0,19)	-0,05 (-0,32)	0,11 (0,67)	-0,10 (-0,61)	0,08 (0,45)
ΔBIP	0,00 (0,26)	0,00 (0,09)	0,00 (0,04)	0,00 (-0,14)	0,00 (0,08)	-0,08** (-3,19)	0,05 (1,83)	0,02 (0,30)	0,00 (0,05)	0,00 (0,00)	-0,02 (-0,24)	0,02 (0,31)	-0,01 (-0,17)
ΔNO	0,00 (-0,17)	0,00 (0,48)	0,00 (-0,88)	0,00 (1,25)	0,00 (0,68)	0,00 (-1,54)	0,00 (-1,18)	0,00 (-1,48)	0,00 (0,49)	0,00 (1,70)	0,00 (0,69)	0,00 (-1,89)	0,00 (0,87)
ΔPPI	0,00 (-0,32)	-0,01 (-0,52)	0,01 (0,48)	0,00 (0,12)	0,00 (-0,15)	0,04* (2,26)	-0,02 (-1,15)	-0,01 (-0,20)	0,01 (0,15)	0,00 (0,07)	0,00 (0,02)	-0,02 (-0,33)	0,02 (0,37)
		Net-optimism						PPI					
		$t-1$	$t-2$	$t-3$	$t-4$	$t-5$	$t-6$	$t-1$	$t-2$	$t-3$	$t-4$	$t-5$	$t-6$
$\Delta Preis$		-2759 (-0,59)	-1924 (-0,34)	-3902 (-0,65)	-5721 (-0,95)	-1455 (-0,26)	-2732 (-0,62)	-0,22 (-0,86)	0,03 (0,11)	-0,15 (-0,58)	0,26 (1,03)	-0,14 (-0,53)	0,14 (0,54)
ΔBIP		2939 (1,47)	1911 (0,79)	3189 (1,23)	2798 (1,08)	4171 (1,76)	1291 (0,68)	0,00 (-0,02)	0,02 (0,20)	0,01 (-0,05)	-0,02 (-0,16)	0,04 (0,39)	-0,02 (-0,18)
ΔNO		-0,84*** (-14,53)	-0,71*** (-10,17)	-0,65*** (-8,65)	-0,53*** (-7,09)	-0,44*** (-6,38)	-0,15** (-2,72)	0,00 (-1,81)	0,00 (0,37)	0,00 (-0,18)	0,00 (1,32)	0,00 (-0,97)	0,00 (1,39)
ΔPPI		-500,8 (-0,38)	-886,5 (-0,56)	-2485 (-1,48)	-2675 (-1,59)	-917,8 (-0,60)	1524 (1,23)	0,00 (0,02)	0,02 (0,22)	0,01 (0,17)	0,00 (0,02)	-0,04 (-0,49)	0,01 (0,15)

Koeffizienten ohne, t -Werte in runden Klammern. Signifikanz: *0,05 **0,01 ***0,001

Tabelle 2: Geschätzte Koeffizienten und t -Werte des vektorautoregressiven Modells.

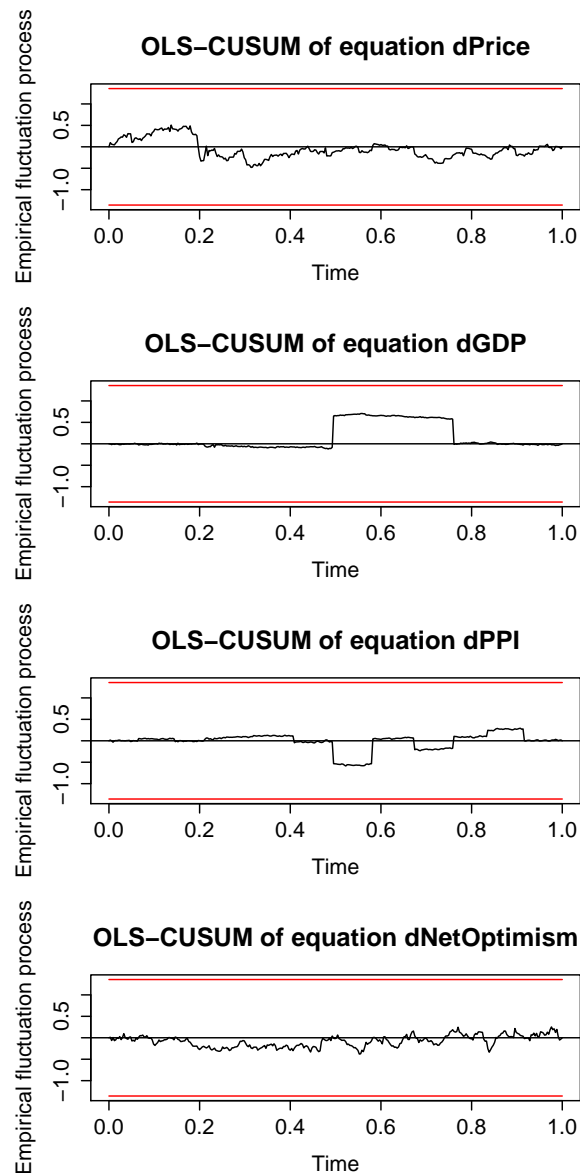


Abbildung 2: OLS-CUSUM Plot des vektorautoregressiven Modells.

4 Fazit

In Kapitel 3 wurde die in Kapitel 2 dargestellte Theorie angewandt. Es zeigte sich, dass das Datenset aus $I(0)$ - und $I(1)$ -Zeitreihen besteht. Daher wurde die von Toda et al. (1995) vorgeschlagene Prozedur verwendet, um auf Granger-Kausalität zu testen. Hierzu wurde ein vektorautoregressives Modell in den Leveln erstellt. Aus diesem wurden daraufhin alle Variablen entfernt, welche nach dem AIC keinen Erklärungsgehalt liefern. Nachdem dieses Modell um ein weiteres Lag erweitert wurde, zeigten die in der Prozedur von Toda et al. (1995) vorgeschlagenen Wald-Tests keinerlei Granger-kausale Beziehung zwischen dem Ölpreis, dem amerikanischen BIP, den Sentimentdaten und dem Produzentenpreisindex auf. Da keine Kointegration der Variablen vorliegt, wurde ein vektorautoregressives Modell geschätzt. Dieses wurde aufgrund dessen, dass nicht alle Zeitreihen $I(0)$ sind, in den Differenzen geschätzt. Die optimale Anzahl an Lags wurde mit den Informationskriterien AIC, HQ und SC geschätzt. Diese wurde sowohl nach dem HQ als

auch nach dem SC als eins bestimmt. Allerdings liegt bei diesem vektorautoregressiven Modell Heteroskedastizität vor. Daher wurden dem Modell für jede Zeitreihe vier verzögerte erklärende Variablen hinzugefügt, sodass dieses aus fünf Lags pro Zeitreihe besteht. Diese Anzahl an Lags ist die nach dem AIC optimale. Um die auch in diesem Modell vorliegende Heteroskedastizität zu beseitigen, wurde das Modell um ein sechstes Lag erweitert.

Es zeigt sich, dass alle sechs verzögerten Werte von Net-optimism einen signifikanten Einfluss auf die Änderung von Net-optimism haben. Dieser ist für alle Lags negativ. Dies legt eine Anpassung der Werte an einen Mittelwert nahe, welche über die Zeit erfolgt. Die Signifikanzen zeigen zudem, dass die Nachrichten der vorherigen Tage einen signifikanten Einfluss auf die gegenwärtigen Nachrichten haben. Allerdings werden extreme Meldungen im Laufe der Zeit relativiert, da die Regressionskoeffizienten negativ sind. Die Relativierung könnte mit dem Auftauchen neuer Informationen zu dieser Nachricht zu erklären sein und dürfte aufgrund dessen, dass alle verzögerten Werte der Sentimentwerte Signifikanzen aufweisen, nicht der Zufälligkeit der zukünftigen Ereignisse unterliegen, durch welche eine Rückkehr der Nachrichtenwerte zu einem Mittelwert ansonsten auch zu erklären wäre.

Die nicht vorhandene Granger-Kausalität lässt darauf schließen, dass sich Öl-Preis und US-Wirtschaft nicht beeinflussen. Dies deckt sich mit dem Resultat von Hooker (1996). Des Weiteren zeigt sich, dass der Sentimentwert Net-optimism keinen Beitrag zur Erklärung des Ölpreises leistet. Hieraus lassen sich zwei Schlussfolgerungen ziehen. Eine mögliche Erklärung ist, dass die Wortliste, welche den Sentimentwerten zugrunde liegt, nicht genau auf die Finanznachrichten abgestimmt ist. Dadurch wären die Sentimentdaten nicht in der Lage die wahren Zusammenhänge zwischen den Nachrichten und dem Ölpreis richtig zu erfassen. In diesem Fall würde das Modell lediglich den Zusammenhang zwischen Ölpreis und den Sentimentwerten, nicht aber den Zusammenhang zwischen Ölpreis und Nachrichten abbilden. Es wäre zu überprüfen, ob Sentimentwerte, welche auf einer eigens hierfür erstellten Wortliste beruhen, zu einem besseren Ergebnis führten. So könnte anstatt Net-optimism beispielsweise das von Hagenau, Korczak und Neumann (2012) erläuterte Verfahren Tonality genutzt werden. Die zweite Schlussfolgerung wäre, dass sich die fehlende Granger-Kausalität aus der Effizienz des Marktes ergibt. Da in dem endgültig geschätzten Modell keiner der Regressionskoeffizienten signifikant ist, tragen diese nichts zur Vorhersage der Änderung des Ölpreises auf täglicher Basis bei. Dies stützt die These der Effizienz des Marktes (vgl. Tetlock, Saar-Tsechansky und Macskassy 2008). Die fehlende Normalverteilung der Residuen kann auf einen strukturellen Bruch oder Nichtlinearität hinweisen (vgl. Lütkepohl 2011). Die OLS-CUSUM Plots zeigen allerdings keinerlei Evidenz für einen strukturellen Bruch. Daher könnte in einem nächsten Schritt zusätzlich ein nichtlineares Modell geschätzt werden.

A Literaturverzeichnis

- GILES, D. (2011). *Testing for Granger Causality*. <http://davegiles.blogspot.de/2011/04/testing-for-granger-causality.html>. (zuletzt aufgerufen: 18.01.2014).
- HAGENAU, M., A. KORCZAK und D. NEUMANN (2012). *Buy on bad news, sell on good news: How insider trading analysis can benefit from textual analysis of corporate disclosures*. In: *Sell on Good News: How Insider Trading Analysis Can Benefit from Textual Analysis of Corporate Disclosures (July 15, 2012)*.
- HAMILTON, J. D. (1983). *Oil and the macroeconomy since World War II*. In: *The Journal of Political Economy*, Jg. 91, Nr. 2, S. 228–248.
- HOOKE, M. A. (1996). *What happened to the oil price-macroeconomy relationship?* In: *Journal of Monetary Economics*, Jg. 38, Nr. 2, S. 195–213.
- HORNIK, K., F. KLEIBER C. LEISCH und A. ZEILEIS (2002). *strucchange: An R Package for Testing for Structural Change in Linear Regression Models*. In: *Journal of Statistical Software*, Jg. 7, Nr. 2, S. 1–38.
- HUANG, R., R. MASULIS und H. STOLL (1996). *Energy shocks and financial markets*. In: *Journal of Futures Markets*, Jg. 16, Nr. 1, S. 1–27.
- LOUGHRAN, T. und B. McDONALD (2011). *When is a liability not a liability? Textual analysis, dictionaries, and 10-Ks*. In: *The Journal of Finance*, Jg. 66, Nr. 1, S. 35–65.
- LÜTKEPOHL, H. (2007). *New introduction to multiple time series analysis*. Bd. 2. Berlin [u.a.]: Springer-Verlag.
- (2011). *Vektor Autoregressive Models*. Working Paper. European University Institute.
- ORGANIZATION OF THE PETROLEUM EXPORTING COUNTRIES (2013). *World Oil Outlook*. http://www.opec.org/opec_web/static_files_project/media/downloads/publications/WOO_2013.pdf. (zuletzt aufgerufen: 16.01.2014).
- PFAFF, B. (2008). *Analysis of integrated and cointegrated time series with R*. Bd. 2. New York: Springer-Verlag.
- SADORSKY, P. (1999). *Oil price shocks and stock market activity*. In: *Energy Economics*, Jg. 21, Nr. 5, S. 449–469.
- SCHRÖDER, M. (2002). *Finanzmarkt-Ökonometrie. Basistechniken, Fortgeschrittene Verfahren, Prognosemodelle*. Bd. 1. Stuttgart: Schäffer-Poeschel Verlag.
- SIMS, C. A. (1980). *Macroeconomics and reality*. In: *Econometrica*, Jg. 48, Nr. 1, S. 1–48.
- TETLOCK, P. C., M. SAAR-TSECHANSKY und S. MACSKASSY (2008). *More than words: Quantifying language to measure firms' fundamentals*. In: *The Journal of Finance*, Jg. 63, Nr. 3, S. 1437–1467.
- TODA, H. Y. und T. YAMAMOTO (1995). *Statistical inference in vector autoregressions with possibly integrated processes*. In: *Journal of econometrics*, Jg. 66, Nr. 1, S. 225–250.

B Abbildungsverzeichnis

1	Darstellung der Vorgehensweise in Kapitel 3.	6
2	OLS-CUSUM Plot des vektorautoregressiven Modells.	12

C Tabellenverzeichnis

1	Integrationsordnung der Zeitreihen.	6
2	Geschätzte Koeffizienten und t -Werte des vektorautoregressiven Modells.	11